ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

(1) ΓΕΝΙΚΑ

ΣΧΟΛΗ	Σχολή Επιστημών & Τεχνολογίας της Πληροφορίας		
ΤΜΗΜΑ	ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ		
ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΠΟΥΔΩΝ	1ου κύκλου Σπουδών (Προπτυχιακό)		
ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	**6116**	**ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΠΟΥΔΩΝ**	**6ο**
ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	**Θεωρία Πιθανοτήτων**		

ΑΥΤΟΤΕΛΕΙΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ	**ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΕΣ ΩΡΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ**	**ΠΙΣΤΩΤΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ**
Διαλέξεις	4	7
Φροντιστήρια	2	
Εργαστήρια		

ΤΥΠΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	Επιλογής - Επιστημονικής Περιοχής
ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ:	Πιθανότητες Ι, Πιθανότητες ΙΙ, Μαθηματικός Λογισμός Ι, Μαθηματικός Λογισμός ΙΙ, Εισαγωγή στη Μαθηματική Ανάλυση
ΓΛΩΣΣΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ και ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ:	ΕΛΛΗΝΙΚΑ
ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΠΡΟΣΦΕΡΕΤΑΙ ΣΕ ΦΟΙΤΗΤΕΣ ERASMUS	ΟΧΙ
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΣΕΛΙΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ (URL)	https://www.dept.aueb.gr/el/stat/content/theoria-pithanotiton-7-ects

(2) ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Μαθησιακά Αποτελέσματα

Μετά από επιτυχή ολοκλήρωση του μαθήματος οι φοιτητές θα πρέπει να είναι ικανοί: να καθορίζουν τον χώρο πιθανότητας τυχαίου πειράματος με υπερ-αριθμήσιμο σύνολο στοιχειωδών ενδεχομένων σύμφωνα με το θεώρημα επέκτασης Lebesgue-Caratheodory, να εφαρμόζουν προχωρημένο λογισμό πιθανοτήτων ενδεχομένων σύμφωνα με τα αξιώματα Kolmogorov, να διαχειρίζονται τυχαίες μεταβλητές ως μετρήσιμες συναρτήσεις που απεικονίζουν δεδομένο χώρο πιθανότητας στην πραγματική ευθεία Borel, να προσδιορίζουν τον τύπο μιας τυχαίας μεταβλητής σύμφωνα με το είδος της κατανομής πιθανότητας που επάγει (διακριτή, απολύτως συνεχής, ιδιότυπη συνεχής, ανάμικτη) στην πραγματική ευθεία Borel, να υπολογίζουν την μέση τιμή τυχαίας μεταβλητής ως Lebesgue ολοκλήρωμα στην ευθεία Borel ως προς την επαγόμενη κατανομή πιθανότητας, να διακρίνουν μεταξύ των δυνατών ειδών στοχαστικής σύγκλισης (σχεδόν βέβαιη, κατά πιθανότητα, κατά τετραγωνική μέση απόκλιση, κατά κατανομή) ακολουθίας τυχαίων μεταβλητών, να εφαρμόζουν τους Νόμους Μεγάλων Αριθμών και το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα.

Γενικές Ικανότητες

- Αναζήτηση, ανάλυση και σύνθεση δεδομένων και πληροφοριών, με τη χρήση και των απαραίτητων τεχνολογιών
- Προσαρμογή σε νέες καταστάσεις
- Αυτόνομη εργασία
- Προαγωγή της ελεύθερης, δημιουργικής και επαγωγικής σκέψης

(3) ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Μη-αριθμήσιμα σύνολα καθιστούν αναγκαία την μαθηματική θεμελίωση της έννοιας της «μετρησιμότητας» κατάλληλων υποσυνόλων αποκαλούμενων «ενδεχόμενα», περιορίζοντας επίσης τον ορισμό μέτρου πιθανότητας μόνον σε τέτοια μετρήσιμα/ενδεχόμενα υποσύνολα, διαμορφώνοντας έτσι την οριοθετημένη έννοια χώρου πιθανότητας (σ-άλγεβρα ενδεχομένων όπου τηρείται η σ-προσθετικότητα του μέτρου πιθανότητας) ως το βασικό αξιωματικό πλαίσιο Kolmogorov για την ανάπτυξη της σύγχρονης πιθανοθεωρίας σε μη-αριθμήσιμα σύνολα, ενιαία με την κλασσική θεωρία σε αριθμήσιμα ή πεπερασμένα σύνολα όπου όλα τα υποσύνολα θεωρούνται ενδεχόμενα. Κλάσεις υποσυνόλων και η έννοια της «ελάχιστης» κλάσης με συγκεκριμένη δομή (π.χ. π-σύστημα, ημι-άλγεβρα, άλγεβρα, μονότονη κλάση, λ-σύστημα, σ-άλγεβρα) παραγόμενης από δοθείσα τυχούσα μη-κενή κλάση υποσυνόλων, Borel σ-άλγεβρες παραγόμενες από κλάσεις διαστημάτων ή ορθογωνίων υποσυνόλων σε πεπερασμένης διάστασης Ευκλείδειους χώρους. Γενικές ιδιότητες μέτρων πιθανότητας, ισοδυναμία σ-προσθετικότητας και συνέχειας. Επέκταση μέτρου πιθανότητας αρχικά ορισμένου σε άλγεβρα (ή ημι-άλγεβρα) υποσυνόλων, και μοναδικότητα της επέκτασής του στην (πλήρη) σ-άλγεβρα υποσυνόλων μετρήσιμων κατά Caratheodory-Lebesgue ως προς εξωτερικό μέτρο επαγόμενο (στο δυναμοσύνολο) από το αρχικό μέτρο πιθανότητας. Εφαρμογές του θεωρήματος επέκτασης στην κατασκευή μέτρων πιθανότητας σε (Ευκλείδειους) χώρους Borel από δοθείσα συνάρτηση κατανομής (μονομεταβλητή σε διαστήματα ή πολυμεταβλητή σε ορθογώνια), σε χώρους συναρτήσεων από δοθείσα (συνεπή κατά Kolmogorov) οικογένεια κατανομών πεπερασμένων διαστάσεων στα αποκαλούμενα «κυλινδροειδή» υποσύνολα συναρτήσεων, και σε γινόμενο χώρων πιθανότητας. Αποδόμηση μέτρου πιθανότητας σε (μοναδικό) κυρτό γραμμικό συνδυασμό τριών δυνητικά συνιστωσών κατανομών (διακριτή, απολύτως συνεχή, ιδιότυπη συνεχή) ως προς το μέτρο Lebesgue του ίδιου (Ευκλείδειου) χώρου Borel, συνδέσεις με τη θεωρία συναρτήσεων κατανομών πιθανότητας, Radon-Nikodym χαρακτηρισμός των απολύτως συνεχών κατανομών ως κυριαρχούμενες από το μέτρο Lebesgue, αντιπαράδειγμα κατανομής Cantor και άλλα παραδείγματα.
Ορισμός τυχαίων μεταβλητών ως μετρήσιμες πραγματικές συναρτήσεις, σημειακή σύγκλιση ακολουθίας τυχαίων μεταβλητών ορισμένων στον ίδιο χώρο, μετρησιμότητα ορίου και χωρίου σύγκλισης, Borel μετρησιμότητα και άλλες ιδιότητες. Στοχαστική ανεξαρτησία μεταξύ κλάσεων ενδεχομένων ή τυχαίων μεταβλητών, λήμματα Borel-Cantelli, τελική (ή ουραία) σ-άλγεβρα, 0-1 νόμος Kolmogorov. Αναμενόμενη τιμή τυχαίας μεταβλητής ως ολοκλήρωμα Lebesgue ως προς μέτρο πιθανότητας στον χώρο ορισμού της, ισότιμο με αντίστοιχο ολοκλήρωμα Lebesgue ως προς την επαγόμενη κατανομή πιθανότητας (ή επαγόμενο νόμο) της τυχαίας μεταβλητής στην πραγματική-ευθεία Borel, ολοκληρωσιμότητα τυχαίας μεταβλητής, ιδιότητες αναμενόμενης τιμής. Είδη στοχαστικής σύγκλισης ακολουθιών τυχαίων μεταβλητών (σχεδόν βεβαίως, κατά μέση τιμή p-τάξεως, κατά πιθανότητα, κατά κατανομή ή ασθενώς), σχέσεις μεταξύ τους και ισοδύναμοι χαρακτηρισμοί των δύο ασθενέστερων ειδών, οριακά θεωρήματα (ασθενείς και ισχυροί νόμοι μεγάλων αριθμών, κεντρικά οριακά θεωρήματα), θεωρήματα συνέχειας της αναμενόμενης τιμής (μονότονης σύγκλισης, λήμμα Fatou, κυριαρχούμενης ή φραγμένης σύγκλισης, ομοιόμορφης ολοκληρωσιμότητας), χαρακτηριστικές συναρτήσεις, αντιστροφή Fourier, μέθοδος ροπών. Δεσμευμένη αναμενόμενη τιμή ολοκληρώσιμης τυχαίας μεταβλητής ως προς δοθείσα υπο-σ-άλγεβρα ενδεχομένων του χώρου πιθανότητας και απόδειξη ύπαρξης σχεδόν βεβαίως ισοδύναμων εκδοχών αυτής ως Radon-Nikodym παράγωγοι κατάλληλων πεπερασμένων μέτρων κυριαρχούμενων από το μέτρο πιθανότητας στην υπο-σ-άλγεβρα, ιδιότητες και παραδείγματα δέσμευσης, δεσμευμένες πιθανότητες ενδεχομένων ως δεσμευμένες αναμενόμενες τιμές αντίστοιχων δεικτριών συναρτήσεων των ίδιων ενδεχομένων.

(4) ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ και ΜΑΘΗΣΙΑΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ - ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

ΤΡΟΠΟΣ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ	Πρόσωπο με Πρόσωπο
ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ	Στην επικοινωνία με τους φοιτητές
ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ	

Δραστηριότητα	***Φόρτος Εργασίας Εξαμήνου***
Διαλέξεις στην τάξη	52
Μελέτη και ανάλυση βιβλιογραφίας	7
Φροντιστήριο	26
Αυτοτελής μελέτη	115
Σύνολο Μαθήματος	200

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΦΟΙΤΗΤΩΝ	Γραπτή εξέταση στο τέλος του εξαμήνου (100% του βαθμού)

(5) ΣΥΝΙΣΤΩΜΕΝΗ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία:

1. Rosenthal, J. S. (2006): A First Look at Rigorous Probability Theory, 2nd Edition, World Scientific.
2. Ρούσσας, Γ. Γ. (1992): Θεωρία Πιθανοτήτων, Εκδόσεις ΖΗΤΗ, Θεσσαλονίκη (11057-ΕΥΔΟΞΟΣ).
3. Καλπαζίδου, Σ. (2002): Στοιχεία Μετροθεωρίας Πιθανοτήτων, Εκδόσεις ΖΗΤΗ, (11379-ΕΥΔΟΞΟΣ).

Προτεινόμενη Συμπληρωματική Βιβλιογραφία:

1. Shiryaev, A.N.: Probability, 3rd Edition, (75491026 – Vol. I, 2016 & 91693435-Vol. II, 2019), Problems in Probability (73251304-ΕΥΔΟΞΟΣ, 2012), Springer-Verlag.
2. Billingsley, P. (1995): Probability and Measure, 3rd Edition, John Wiley & Sons, New York.
3. Bhattacharya, R. and E.C. Waymire (2016): A Basic Course in Probability Theory, 2nd Edition, Springer (75480799-ΕΥΔΟΞΟΣ, Αρχική έκδοση 2007: 176605-ΕΥΔΟΞΟΣ).
4. Roussas, G.G. (2005): An Introduction to Measure-Theoretic Probability, Elsevier-Academic Press.
5. Leadbetter, R, S. Cambanis and V. Pipiras (2014): A Basic Course in Measure and Probability – Theory for Applications, Cambrige University Press.
6. Chung, K.-L. (1974): A Course in Probability Theory, Academic Press, San Diego.
7. Durrett, R. (1996): Probability: Theory and Examples, Duxbury, Belmont.
8. Port, S.C. (1994): Theoretical Probability for Applications, John Wiley & Sons, New York.
9. Capinski, M. and Kopp P.E. (2004): Measure, Integral, and Probability, 2nd Edition, Springer.
10. Athreya, K.B. and S.N. Lahiri (2006): Measure Theory and Probability Theory, Springer (173065-ΕΥΔΟΞΟΣ).
11. Skorokhod, A.V. (2005): Basic Principles and Applications of Probability Theory, Springer (172343).
12. Gut, A. (2005): Probability: A Graduate Course, Springer (169327-ΕΥΔΟΞΟΣ).